联邦滤波

2023年1月11日 11:48

卡尔曼滤波与组合导航原理(4-6讲)

卡尔曼滤波与组合导航原理

西北工业大学自动化学院 严恭敏

2020-04

1

15 联邦滤波

联邦滤波是一种"公共卡尔曼滤波器"基本算法(?):

Recently, Carlson developed a new federated filtering method that can realize the inherent speed, accuracy, and reliability advantages of distributed navigation systems [1,3,4]. This method provides globally optimal or subset-optimal estimation accuracy, with a high degree of fault tolerance. The method has been adopted as the basis of the Air Force's Common Kalman Filter for highly fault-tolerant next-generation navigation systems [2].

Loomis, P.V.W., Carlson, N.A., and Berarducci, M.P., "Common Kalman Filter: Fault-Tolerant Navigation for Next Generation Aircraft," Proc. of the Inst. of Navigation Conf., Santa Barbara, CA, January 1988.

实际没有用到的！

提到了可用于信息融合

分散化滤波已发展了20多年。1971年Pearson[137]就提出了动态分解的概念和状态估计两级结构。以后,Speyer[34],Willsky[36],Bierman[40],Kerr[39]和Carlson[42]等都对分散化滤波技术作出了贡献。在众多的分散化滤波方法中,Carlson提出的联邦滤波器(Federated Filter),由于设计的灵活性、计算量小、容错性能好而受到了重视。现在,联邦滤波器已被美国空军的容错导航系统"公共卡尔曼滤波器"计划选为基本算法[43]。

秦永元《卡尔曼滤波与组合导航》1998

27

15 联邦滤波

15.1 从序贯滤波到分散滤波

$$\bar{Z}_k = \begin{bmatrix} Z_k^{(1)} \\ \vdots \\ Z_k^{(N)} \end{bmatrix}, \quad \bar{H}_k = \begin{bmatrix} H_k^{(1)} \\ \vdots \\ H_k^{(N)} \end{bmatrix}, \quad \bar{V}_k = \begin{bmatrix} V_k^{(1)} \\ \vdots \\ V_k^{(N)} \end{bmatrix}$$

序贯滤波的状态空间模型

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \\ \bar{Z}_k = \bar{H}_k X_k + \bar{V}_k \end{cases} \quad \begin{cases} E[W_k] = 0, & E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj} \\ E[\bar{V}_k] = 0, & E[\bar{V}_k \bar{V}_j^T] = \bar{R}_k \delta_{kj} \\ E[W_k \bar{V}_j^T] = 0 \end{cases} \quad \bar{R}_k = \begin{bmatrix} R_k^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & R_k^{(NN)} \end{bmatrix}$$

序贯滤波的状态均方误差阵更新

$$P_k^{-1} = P_{k/k-1}^{-1} + \bar{H}_k \bar{R}_k^{-1} \bar{H}_k^T = (\Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T)^{-1} + \sum_{i=1}^N H_k^{(i)} (R_k^{(ii)})^{-1} (H_k^{(i)})^T$$

增广状态方程和量测方程

$$\begin{bmatrix} X_k^{(1)} \\ \vdots \\ X_k^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ X_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \Gamma_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} W_{k-1}$$

$$\begin{bmatrix} Z_k^{(1)} \\ \vdots \\ Z_k^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & H_k^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k^{(1)} \\ \vdots \\ X_k^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_k^{(1)} \\ \vdots \\ V_k^{(N)} \end{bmatrix}$$

28

N个滤波器进行滤波

15 联邦滤波

$$\begin{bmatrix} X_k^{(1)} \\ \vdots \\ X_k^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ X_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \Gamma_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} W_{k-1}$$

（1）状态误差均方差阵的时间更新

$$\begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} & \cdots & P_{k/k-1}^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{k/k-1}^{(N1)} & \cdots & P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{k-1}^{(11)} & \cdots & P_{k-1}^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{k-1}^{(N1)} & \cdots & P_{k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Phi_{k/k-1}^{(11)})^T & & \\ & \ddots & \\ & & (\Phi_{k/k-1}^{(NN)})^T \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \Gamma_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \Gamma_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} Q_{k-1} \begin{bmatrix} (\Gamma_{k-1}^{(1)})^T & \cdots & (\Gamma_{k-1}^{(N)})^T \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{k-1}^{(11)} & \cdots & P_{k-1}^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{k-1}^{(N1)} & \cdots & P_{k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Phi_{k/k-1}^{(11)})^T & & \\ & \ddots & \\ & & (\Phi_{k/k-1}^{(NN)})^T \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \Gamma_{k-1}^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Gamma_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{k-1} & \cdots & Q_{k-1} \\ \vdots & & \vdots \\ Q_{k-1} & \cdots & Q_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Gamma_{k-1}^{(1)})^T & & \\ & \ddots & \\ & & (\Gamma_{k-1}^{(N)})^T \end{bmatrix}$$

展开

$$\Rightarrow P_{k/k-1}^{(ij)} = \Phi_{k/k-1}^{(ii)} P_{k-1}^{(ij)} (\Phi_{k/k-1}^{(jj)})^T + \Gamma_{k-1}^{(i)} Q_{k-1} (\Gamma_{k-1}^{(j)})^T$$

29

15 联邦滤波

采用方差上界技术处理，去相关

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{N1} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} \beta_1^{-1} A_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & \beta_N^{-1} A_{NN} \end{bmatrix}$$

信息分配系数满足：

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i = 1, \quad 0 \le \beta_i \le 1$$

$$\begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} & \cdots & P_{k/k-1}^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{k/k-1}^{(N1)} & \cdots & P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1^{-1} P_{k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \beta_N^{-1} P_{k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Phi_{k/k-1}^{(11)})^{\mathrm{T}} & & \\ & \ddots & \\ & & (\Phi_{k/k-1}^{(NN)})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \Gamma_{k-1}^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Gamma_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1^{-1} Q_{k-1} & & \\ & \ddots & \\ & & \beta_N^{-1} Q_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Gamma_{k-1}^{(1)})^{\mathrm{T}} & & \\ & \ddots & \\ & & (\Gamma_{k-1}^{(N)})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{k/k-1}^{(ii)} = \beta_i^{-1} [\Phi_{k/k-1}^{(ii)} P_{k-1}^{(ii)} (\Phi_{k/k-1}^{(ii)})^{\mathrm{T}} + \Gamma_{k-1}^{(i)} Q_{k-1} (\Gamma_{k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}] & i = j \\ P_{k/k-1}^{(ij)} = \mathbf{0} & i \ne j \end{cases}$$

30

15 联邦滤波

（2）滤波增益计算

$$\begin{bmatrix} K_k^{(11)} & \cdots & K_k^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ K_k^{(N1)} & \cdots & K_k^{(NN)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (H_k^{(1)})^{\mathrm{T}} & & \\ & \ddots & \\ & & (H_k^{(N)})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} H_k^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & H_k^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (H_k^{(1)})^{\mathrm{T}} & & \\ & \ddots & \\ & & (H_k^{(N)})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_k^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & R_k^{(N)} \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} (H_k^{(1)})^{\mathrm{T}} [H_k^{(1)} P_{k/k-1}^{(11)} (H_k^{(1)})^{\mathrm{T}} + R_k^{(11)}]^{-1} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{k/k-1}^{(NN)} (H_k^{(N)})^{\mathrm{T}} [H_k^{(N)} P_{k/k-1}^{(NN)} (H_k^{(N)})^{\mathrm{T}} + R_k^{(NN)}]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_k^{(ii)} = P_{k/k-1}^{(ii)} (H_k^{(i)})^{\mathrm{T}} [H_k^{(i)} P_{k/k-1}^{(ii)} (H_k^{(i)})^{\mathrm{T}} + R_k^{(ii)}]^{-1} & i = j \\ K_k^{(ij)} = 0 & i \ne j \end{cases}$$

31

15 联邦滤波

（3）状态均方误差阵的量测更新

$$\begin{bmatrix} P_k^{(11)} & \cdots & P_k^{(1N)} \\ \vdots & & \vdots \\ P_k^{(N1)} & \cdots & P_k^{(NN)} \end{bmatrix} = \left(I - \begin{bmatrix} K_k^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & K_k^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_k^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & H_k^{(N)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} P_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (I - K_k^{(11)} H_k^{(1)}) P_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & (I - K_k^{(NN)} H_k^{(N)}) P_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_k^{(ii)} = (I - K_k^{(ii)} H_k^{(i)}) P_{k/k-1}^{(ii)} & i = j \\ P_k^{(ij)} = 0 & i \neq j \end{cases}$$

32

15 联邦滤波

（4）滤波回路计算

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{k/k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{X}_{k/k-1}^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1}^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & \Phi_{k/k-1}^{(NN)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{X}_{k-1}^{(N)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_k^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{X}_k^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X}_{k/k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{X}_{k/k-1}^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_k^{(11)} & & \\ & \ddots & \\ & & K_k^{(NN)} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} Z_k^{(1)} \\ \vdots \\ Z_k^{(N)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_k^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & H_k^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_{k/k-1}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{X}_{k/k-1}^{(N)} \end{bmatrix} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{X}_{k/k-1}^{(i)} = \Phi_{k/k-1}^{(ii)} \hat{X}_{k-1}^{(i)} \\ \hat{X}_k^{(i)} = \hat{X}_{k/k-1}^{(i)} + K_k^{(ii)} (Z_k^{(i)} - H_k^{(i)} \hat{X}_{k/k-1}^{(i)}) \end{cases}$$

33

15 联邦滤波

（5）信息融合

$$(\boldsymbol{P}_k^g)^{-1}=(\boldsymbol{P}_k^{(11)})^{-1}+(\boldsymbol{P}_k^{(22)})^{-1}+\cdots+(\boldsymbol{P}_k^{(NN)})^{-1}$$

$$=\left[(\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(11)})^{-1}+\boldsymbol{H}_k^{(1)}(\boldsymbol{R}_k^{(11)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(1)})^{\mathrm{T}}\right]+\cdots+\left[(\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(NN)})^{-1}+\boldsymbol{H}_k^{(N)}(\boldsymbol{R}_k^{(NN)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(N)})^{\mathrm{T}}\right]$$

$$=\left[(\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(11)})^{-1}+\cdots+(\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(NN)})^{-1}\right]+\left[\boldsymbol{H}_k^{(1)}(\boldsymbol{R}_k^{(11)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(1)})^{\mathrm{T}}+\cdots+\boldsymbol{H}_k^{(N)}(\boldsymbol{R}_k^{(NN)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(N)})^{\mathrm{T}}\right]$$

$$=(\textstyle\sum_{i=1}^N\beta_i)\left[\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(ii)}(\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{Q}_{k-1}(\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}\right]^{-1}+\textstyle\sum_{i=1}^N\boldsymbol{H}_k^{(i)}(\boldsymbol{R}_k^{(ii)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}$$

$$=\left[\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(ii)}(\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{Q}_{k-1}(\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}\right]^{-1}+\textstyle\sum_{i=1}^N\boldsymbol{H}_k^{(i)}(\boldsymbol{R}_k^{(ii)})^{-1}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k^g=\boldsymbol{P}_k^g\textstyle\sum_{i=1}^N(\boldsymbol{P}_k^{(ii)})^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_k^{(i)}$$

$$\boldsymbol{P}_k^{-1}=\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{-1}+\bar{\boldsymbol{H}}_k\bar{\boldsymbol{R}}_k\bar{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}$$

$$=(\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{\mathrm{T}})^{-1}+\textstyle\sum_{i=1}^N\boldsymbol{H}_k^{(i)}\boldsymbol{R}_k^{(ii)}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k^g=\hat{\boldsymbol{X}}_k$$

分散滤波结果与序贯滤波完全一致！

15 联邦滤波

（6）分散滤波流程总结

重置

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{(i)}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^g,\quad \boldsymbol{P}_{k-1}^{(ii)}=\boldsymbol{P}_{k-1}^g$$

—各滤波器的值为全局状态

时间更新

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{(i)}$$

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(ii)}=\beta_i^{-1}[\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(ii)}(\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(ii)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{Q}_{k-1}(\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}]$$

分散

量测更新

数据更新

$$\boldsymbol{K}_k^{(ii)}=\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(ii)}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{H}_k^{(i)}\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(ii)}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k^{(ii)}]^{-1}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k^{(i)}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)}+\boldsymbol{K}_k^{(ii)}(\boldsymbol{Z}_k^{(i)}-\boldsymbol{H}_k^{(i)}\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)})$$

$$\boldsymbol{P}_k^{(ii)}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k^{(ii)}\boldsymbol{H}_k^{(i)})\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(ii)}$$

… …

信息融合

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k^g=\boldsymbol{P}_k^g\textstyle\sum_{i=1}^N(\boldsymbol{P}_k^{(ii)})^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_k^{(i)},\quad \boldsymbol{P}_k^g=[\textstyle\sum_{i=1}^N(\boldsymbol{P}_k^{(ii)})^{-1}]^{-1}$$

$k+1\rightarrow k$

15 联邦滤波

15.2 联邦滤波

$$\boldsymbol{X}_k^{(i)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_k^{(ci)}\\ \boldsymbol{X}_k^{(bi)}\end{bmatrix}\begin{matrix}\text{公共状态}\\ \text{独有状态}\end{matrix}$$

状态空间模型（i=1,2,…,N）

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_k^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(i)}\boldsymbol{X}_{k-1}^{(i)}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{W}_{k-1}^{(i)}\\ \boldsymbol{Z}_k^{(i)}=\boldsymbol{H}_k^{(i)}\boldsymbol{X}_k^{(i)}+\boldsymbol{V}_k^{(i)}\end{cases}\qquad \begin{cases}\mathrm{E}[\boldsymbol{W}_k^{(i)}]=\boldsymbol{0}, & \mathrm{E}[\boldsymbol{W}_k^{(i)}(\boldsymbol{W}_j^{(i)})^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{Q}_k^{(i)}\delta_{kj}\\ \mathrm{E}[\boldsymbol{V}_k^{(i)}]=\boldsymbol{0}, & \mathrm{E}[\boldsymbol{V}_k^{(i)}(\boldsymbol{V}_j^{(i)})^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{R}_k^{(i)}\delta_{kj}\\ \mathrm{E}[\boldsymbol{W}_k^{(i)}(\boldsymbol{V}_j^{(i)})^{\mathrm{T}}]=\boldsymbol{0}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad \hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{(i)'}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{g}\\ \hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{(bi)}\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)'}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{k-1}^{g} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(cibi)}\\ \boldsymbol{P}_{k-1}^{(bici)}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_{k-1}^{(bi)}\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{P}_{k-1}^{g}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(bici)}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$$

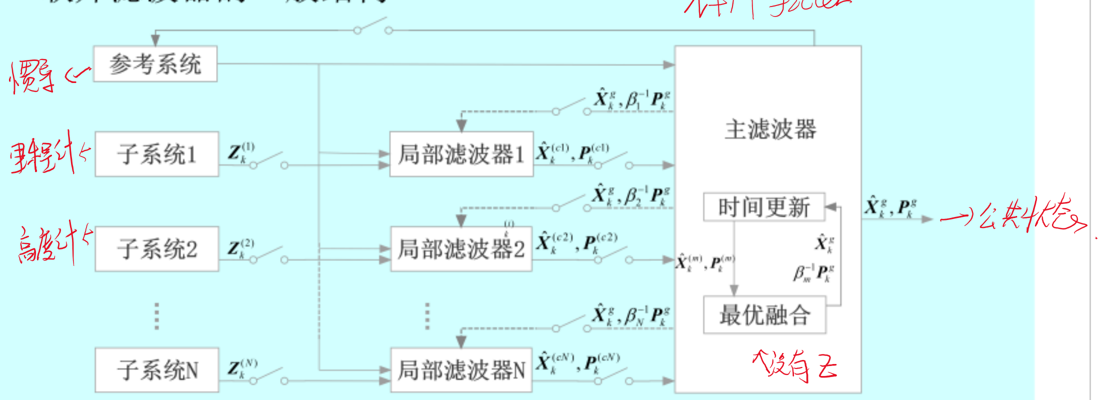
子滤波器

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(i)}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}^{(i)'}\\ \boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(i)}=\beta_i^{-1}[\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(i)}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)'}(\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{Q}_{k-1}(\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{(i)})^{\mathrm{T}}]\\ \boldsymbol{K}_k^{(i)}=\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(i)}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{H}_k^{(i)}\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(i)}(\boldsymbol{H}_k^{(i)})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k^{(i)}]^{-1}\\ \hat{\boldsymbol{X}}_k^{(i)}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)}+\boldsymbol{K}_k^{(ii)}(\boldsymbol{Z}_k^{(i)}-\boldsymbol{H}_k^{(i)}\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}^{(i)})\\ \boldsymbol{P}_k^{(i)}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k^{(i)}\boldsymbol{H}_k^{(i)})\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{(i)}\end{cases}$$

信息融合 $\quad \hat{\boldsymbol{X}}_k^{g}=\boldsymbol{P}_k^{g}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{P}_k^{(ci)})^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_k^{(c)},\qquad \boldsymbol{P}_k^{g}=\left[\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{P}_k^{(ci)})^{-1}\right]^{-1}$

15 联邦滤波

联邦滤波器的一般结构



信息分配方式的选择

1） $\beta_m=0,\ \beta_i=1/N$

2） $\beta_m=\beta_i=1/(N+1)$

3） $\beta_m=1,\ \beta_i=0$

4） β_i 的最优自适应实时确定...