



## 2 地球形状与重力场

### (1) 子午圈椭圆的相关计算

椭圆方程  $\frac{x^2}{R_e^2} + \frac{z^2}{R_p^2} = 1$

扁率  $f = \frac{R_e - R_p}{R_e}$     偏心率  $e = \frac{\sqrt{R_e^2 - R_p^2}}{R_e}$     第二偏心率  $e' = \frac{\sqrt{R_e^2 - R_p^2}}{R_p}$

将椭圆方程对  $x$  求导，得

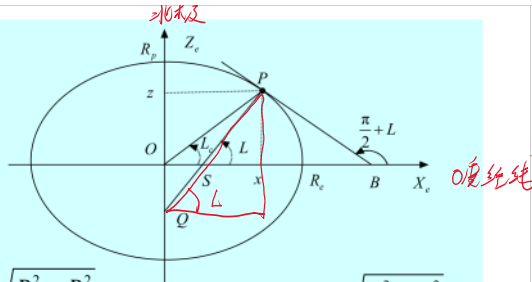
$$\frac{2x}{R_e^2} + \frac{2z \cdot dz/dx}{R_p^2(1-e^2)} = 0$$

切线  $PB$   $\frac{dz}{dx} = -(1-e^2) \frac{x}{z}$   
 切法  $\frac{dz}{dx} \tan L = -(1-e^2) \frac{x}{z} \cdot \tan L = -1$   
 正交  
 解得  $z = x(1-e^2) \tan L$

代入椭圆方程，得以地理纬度  $L$  表示的椭圆参数方程

$$\begin{cases} x = \frac{R_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 L}} \cos L \\ z = \frac{R_e(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 L}} \sin L \end{cases} \rightarrow \overline{PQ}$$

简记为  $\begin{cases} x = R_N \cos L \\ z = R_N(1-e^2) \sin L \end{cases}$     3



## 2 地球形状与重力场

### (2) 法截线曲率半径的计算

局部坐标系与球心坐标系转换关系

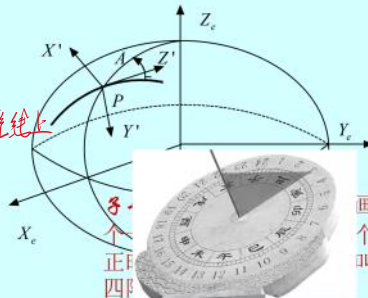
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos L & 0 & -\sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin L & 0 & \cos L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & \sin A \\ 0 & -\sin A & \cos A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

代入椭圆方程，得法截线的局部坐标方程  $x'^2 + z'^2 + 2R_N x' + e'^2(x' \sin L + z' \cos A \cos L)^2 = 0$

曲率半径公式  $R_A = -\frac{1}{d^2 z' / dx'^2} \left[ 1 + \left( \frac{dz'}{dx'} \right)^2 \right]^{3/2} \Big|_{(x',y')=(0,0)} = \frac{R_N}{1 + e'^2 \cos^2 A \cos^2 L}$

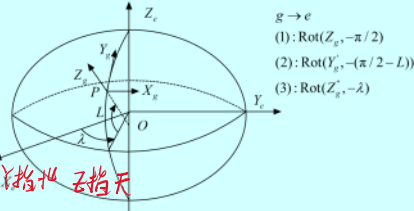
子午圈主曲率半径  $R_{A=0} = \frac{R_N}{1 + e'^2 \cos^2 L} = \frac{R_N(1-e^2)}{1-e^2 \sin^2 L} = \frac{R_e(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 L)^{3/2}} \triangleq R_M$  经圈

卯酉圈主曲率半径  $R_{A=\pi/2} = \frac{R_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 L}} \triangleq R_N$     总有  $R_M \leq R_N$     纬圈



## 2 地球形状与重力场

(3) 地球系e至“E-N-U”地理系g/n的旋转关系



$$C_g^e = \begin{bmatrix} \cos(-\lambda) & \sin(-\lambda) & 0 \\ -\sin(-\lambda) & \cos(-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-(\pi/2-L)) & 0 & -\sin(-(\pi/2-L)) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-(\pi/2-L)) & 0 & \cos(-(\pi/2-L)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\pi/2) & \sin(-\pi/2) & 0 \\ -\sin(-\pi/2) & \cos(-\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin L \cos \lambda & \cos L \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin L \sin \lambda & \cos L \sin \lambda \\ 0 & \cos L & \sin L \end{bmatrix} \quad (e-g)$$

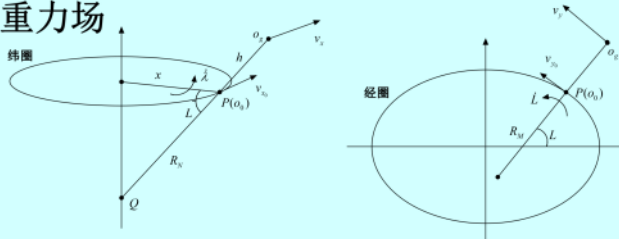
上式微分，得

$$\dot{C}_g^e = \begin{bmatrix} -\dot{\lambda} \cos \lambda & -(\dot{L} \cos L \cos \lambda - \dot{\lambda} \sin L \sin \lambda) & -\dot{L} \sin L \cos \lambda - \dot{\lambda} \cos L \sin \lambda \\ -\dot{\lambda} \sin \lambda & -(\dot{L} \cos L \sin \lambda + \dot{\lambda} \sin L \cos \lambda) & -\dot{L} \sin L \sin \lambda + \dot{\lambda} \cos L \cos \lambda \\ 0 & -\dot{L} \sin L & \dot{L} \cos L \end{bmatrix} = C_g^e \begin{bmatrix} -\dot{L} \\ \dot{\lambda} \cos L \\ \dot{\lambda} \sin L \end{bmatrix} \times$$

与  $\dot{C}_g^e = C_g^e (\omega_{eg}^g \times)$  对比可得地理系角速度  $\omega_{eg}^g = [-\dot{L} \quad \dot{\lambda} \cos L \quad \dot{\lambda} \sin L]^T$   $\rightarrow$  在地球表面移动有相当于绕地心的转动运动。  
↓ ↓  
 纬度变化率      经度变化率

## 2 地球形状与重力场

(4) 速度与经纬度变化率关系



几何关系

东向速度

$$\dot{\lambda} = \frac{v_{x_0}}{x} = \frac{v_{x_0}}{R_N \cos L} = \frac{v_x}{(R_N + h) \cos L}$$

北向速度

$$\dot{L} = \frac{v_{y_0}}{R_M} = \frac{v_y}{R_M + h}$$

$\rightarrow$  推出了速度  $\rightarrow$  位置的变化关系 (经纬)

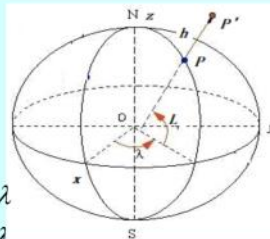
惯导位置更新方程

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = \frac{v_E}{(R_N + h) \cos L} \\ \dot{L} = \frac{v_N}{R_M + h} \\ \dot{h} = v_U \end{cases} \Rightarrow \omega_{en}^n = [-\dot{L} \quad \dot{\lambda} \cos L \quad \dot{\lambda} \sin L]^T = \begin{bmatrix} -\frac{v_N}{R_M + h} & \frac{v_E}{R_N + h} & \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \end{bmatrix}^T$$

6

## 2 地球形状与重力场

(5) 大地坐标与地心直角坐标之间转换



1)  $(\lambda, L, h) \rightarrow (x, y, z)$

$$\begin{cases} x = R_N \cos L \\ y = R_N (1 - e^2) \sin L \\ z = [R_N (1 - e^2) + h] \sin L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = (R_N + h) \cos L \cos \lambda \\ y = (R_N + h) \cos L \sin \lambda \\ z = [R_N (1 - e^2) + h] \sin L \end{cases}$$

2)  $(x, y, z) \rightarrow (\lambda, L, h)$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda} \Rightarrow \lambda = \text{atan2}(y, x)$$

$$(R_N + h) \cos L = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(R_N + h) \sin L = z + R_N e^2 \sin L$$

$$\tan L = \frac{z + R_N e^2 \sin L}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left[ z + \frac{R_N e^2 \tan L}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 L}} \right]$$

迭代  $\Rightarrow t_{i+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left[ z + \frac{R_N e^2 t_i}{\sqrt{1 + (1 - e^2) t_i^2}} \right]$

$$(R_N + h) \sin L = z + R_N e^2 \sin L$$

$$R_N = \frac{R_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 L}} = \frac{R_e}{\cos L \sqrt{1+(1-e^2) \tan^2 L}}$$

$$\text{迭代 } t_{i+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left[ z + \frac{R_e e^2 t_i}{\sqrt{1+(1-e^2)t_i^2}} \right]$$

$$\Rightarrow h = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos L} - R_N \quad 7$$

## 2 地球形状与重力场

### 2.2 正常重力场

$6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

#### (1) 圆球假设情况下的重力场

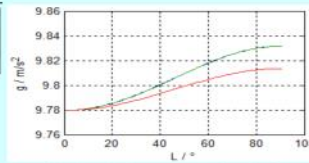
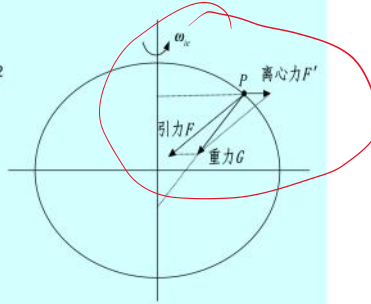
$$\text{引力 } F = \frac{GM}{r^2} \quad \text{离心力 } P = \omega_{ie}^2 R_e \cos L$$

$$\text{重力 } g_L = \sqrt{F^2 + P'^2 + 2FP' \cos(\pi - L)}$$

$$= \sqrt{F^2 + (\omega_{ie}^2 R_e \cos L)^2 - 2F\omega_{ie}^2 R_e \cos^2 L}$$

$$= \sqrt{(F - \omega_{ie}^2 R_e)^2 \left[ 1 + 2 \frac{(F - 1/2\omega_{ie}^2 R_e)\omega_{ie}^2 R_e}{(F - \omega_{ie}^2 R_e)^2} \sin^2 L \right]}$$

$$\approx g_e \sqrt{1 + 2 \frac{\omega_{ie}^2 R_e}{g_e} \sin^2 L} \approx g_e \left( 1 + \frac{\omega_{ie}^2 R_e}{g_e} \sin^2 L \right)$$



椭球重力V.S.圆球重力

圆球假设时误差大，极点处偏小约2mg。

2个毫g

8

## 2 地球形状与重力场

### (2) 旋转椭球重力场

假设旋转椭球表面上的重力方向处处垂直表面，即旋转椭球表面为重力等位面（质点沿表面运动不做功），1929年意大利人索密里安（Somigliana）给出公式

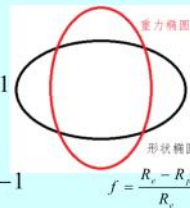
$$g = \frac{R_e g_e \cos^2 L + R_p g_p \sin^2 L}{\sqrt{R_e^2 \cos^2 L + R_p^2 \sin^2 L}} \quad \begin{cases} g_e = \frac{GM}{R_e R_p} \left( 1 - \frac{3}{2}m - \frac{3}{7}mf - \dots \right) \\ g_p = \frac{GM}{R_e^2} \left( 1 + m + \frac{6}{7}mf + \dots \right) \end{cases} \quad m = \frac{\omega_{ie}^2 R_e}{GM / (R_e R_p)} \approx \frac{\omega_{ie}^2 R_e}{g_e}$$

定义重力扁率

$$\beta = \frac{g_p - g_e}{g_e} = \frac{g_p}{g_e} - 1 = \frac{R_p \left( 1 + m + \frac{6}{7}mf \right)}{R_e \left( 1 - \frac{3}{2}m - \frac{3}{7}mf \right)} - 1 = \frac{(1-f) \left( 1 + m + \frac{6}{7}mf \right)}{1 - \frac{3}{2}m - \frac{3}{7}mf} - 1$$

$$= \left( 1 + m - f - \frac{1}{7}mf - \frac{6}{7}mf^2 \right) \left[ 1 + \left( \frac{3}{2}m + \frac{3}{7}mf \right) + \left( \frac{3}{2}m + \frac{3}{7}mf \right)^2 + \dots \right] - 1$$

$$= \frac{5}{2}m - f - \frac{17}{14}mf + \frac{15}{4}m^2 + \dots \approx \frac{5}{2}m - f \quad \text{克莱罗定理 (法国, 1743)}$$



形状扁率

9

## 2 地球形状与重力场

重力计算公式的简化

$$g = \frac{R_e g_e \cos^2 L + R_p g_p \sin^2 L}{\sqrt{R_e^2 \cos^2 L + R_p^2 \sin^2 L}}$$

$$g_p = (1 + \beta) g_e \quad R_p = (1 - f) R_e$$

$$g = g_e \frac{\cos^2 L + (1 - f)(1 + \beta) \sin^2 L}{\sqrt{\cos^2 L + (1 - f)^2 \sin^2 L}} = g_e \frac{1 + (\beta - f - \beta f) \sin^2 L}{[1 - (2f - f^2) \sin^2 L]^{1/2}}$$

$$= g_e [1 + (\beta - f - \beta f) \sin^2 L] \left\{ 1 + \frac{1}{2} (2f - f^2) \sin^2 L + \frac{3}{8} [(2f - f^2) \sin^2 L]^2 + \dots \right\}$$

$$= g_e \left\{ 1 + [(\beta - f - \beta f) + \frac{1}{2} (2f - f^2)] \sin^2 L \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{3}{8} (2f - f^2)^2 + \frac{1}{2} (\beta - f - \beta f)(2f - f^2) \right] \sin^4 L + \dots \right\} \quad \sin^4 L = \sin^2 L - \frac{1}{4} \sin^2 2L$$

$$= g_e \left[ 1 + (\beta - \beta f - \frac{1}{2} f^2) \sin^2 L + (\beta f + \frac{1}{2} f^2 + \dots) \sin^4 L + \dots \right]$$

$$= g_e \left[ 1 + (\beta - \beta f - \frac{1}{2} f^2) \sin^2 L + (\beta f + \frac{1}{2} f^2) (\sin^2 L - \frac{1}{4} \sin^2 2L) \right]$$

$$= g_e \left[ 1 + \beta \sin^2 L - \frac{1}{8} (2\beta f + f^2) \sin^2 2L \right] = g_e (1 + \beta \sin^2 L - \beta_1 \sin^2 2L) = \mathcal{J}_L \quad 10$$

## 2 地球形状与重力场

历史上一些重要的正常重力模型

德国人赫尔蒙于 1901 年根据当时波斯坦系统的几千个重力测量结果，给出正常重力公式为：

$$g = 9.7803 \times (1 + 0.005302 \times \sin^2 L - 0.000007 \times \sin^2 2L) \quad (\text{m/s}^2) \quad (13)$$

上式称为赫尔蒙正常重力公式。根据重力扁率  $\beta = 0.005302$ ，利用克雷诺定理，可以计算出相应的参考椭球的扁率  $f = 1/298.3$ 。

美国人海福特 (Hayford) 于 1909 年根据美国当时的大地测量结果给出了一个参考椭球，它的赤道半径  $R_e = 6378388\text{m}$  和扁率  $f = 1/297.0$ 。芬兰人海斯卡宁 (Heiskanen) 于 1928 年根据当时的重力测量结果计算出正常场地球模型赤道上的重力  $g_e = 9.78049\text{m/s}^2$ 。若取地球自转角速率  $\omega_e = 7.2921151 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ ，根据上述四个独立参数，可计算得：

$$g = 9.78049 \times (1 + 0.0052884 \times \sin^2 L - 0.0000059 \times \sin^2 2L) \quad (\text{m/s}^2) \quad (14)$$

国际大地测量与地球物理联合会于 1930 年将上式定为国际正常重力公式。

利用现代卫星测量技术，国际大地测量和地球物理联合会于 1979 年通过了 1980 大地参考系，与其对应的正常重力公式为：

$$g = 9.780327 \times (1 + 0.00530244 \times \sin^2 L - 0.00000585 \times \sin^2 2L) \quad (\text{m/s}^2) \quad (15)$$

1987 年 WGS-84 大地坐标系给出的地球参数为：半长轴  $R_e = 6378137\text{m}$ ，扁率  $f = 1/298.257223563$ ，地心引力常数 (含大气层)  $GM = 3.986004418 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$ ，地球自转角速率  $\omega_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ 。如不考虑大气层影响，计算正常重力公式：

$$g = 9.780325 \times (1 + 0.00530240 \times \sin^2 L - 0.00000582 \times \sin^2 2L) \quad (\text{m/s}^2) \quad (16)$$

## 2 地球形状与重力场

重力大小与海拔高度的近似关系

高度 $h>0$ 处的引力模型（地球近似为半径 $R$ 的球体）

$$F = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \rightarrow \text{地球就不适合}$$

两边微分（一阶近似成立条件 $h \ll R$ ），得

$$dF = -2 \frac{GM}{(R+h)^3} dh \approx -2 \frac{GM}{R^3} dh = -2 \frac{F_0}{R} dh \approx -3.067 \times 10^{-6} dh$$

所以有

$$g_{Lh} = g_e (1 + \beta \sin^2 L - \beta_1 \sin^2 2L) - 3.067 \times 10^{-6} dh$$

$$\square g_e (1 + \beta \sin^2 L - \beta_1 \sin^2 2L) - \beta_2 dh$$

12

## 2 地球形状与重力场

重力方向与海拔高度关系

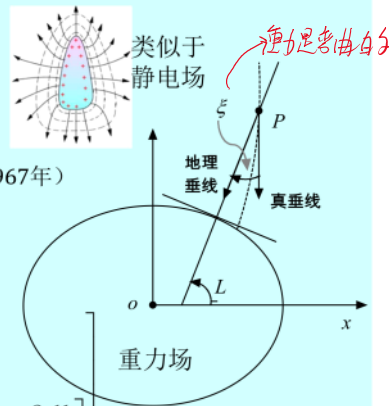
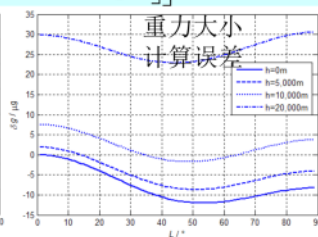
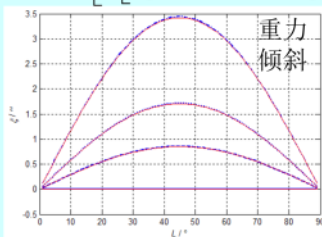
真垂线与地理垂线夹角（Heiskanen公式, 1967年）

$$\xi = \frac{\beta_3 h \sin 2L}{g_{Lh}} \quad \beta_3 = 8.08 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$$

“E-N-U”地理系下的重力矢量

$$\mathbf{g}'' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g_{Lh} \sin \xi & -\beta_3 h \sin 2L \\ -g_{Lh} \cos \xi & -[g_e (1 + \beta \sin^2 L - \beta_1 \sin^2 2L) - \beta_2 dh] \end{bmatrix}$$

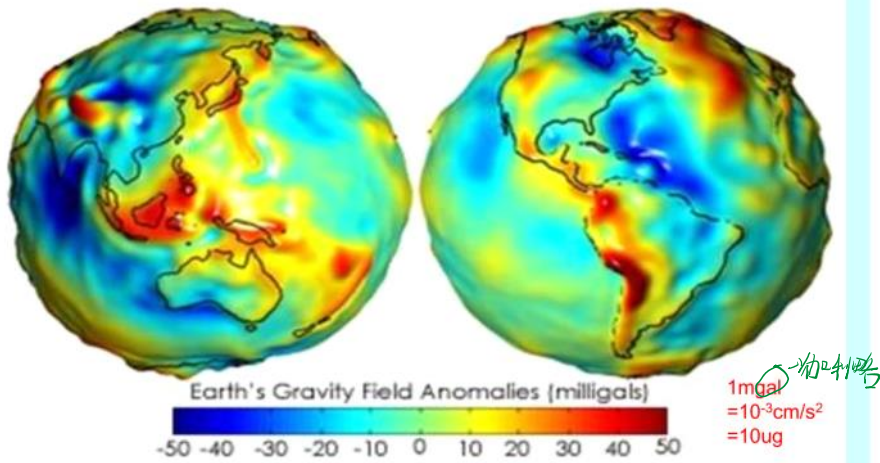
数值  
举例



13

## 2 地球形状与重力场

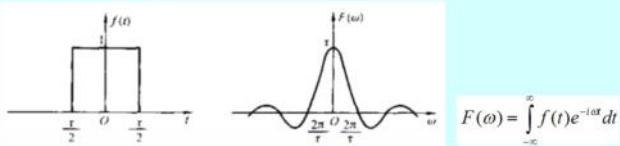
### 2.3 重力场的球谐函数模型



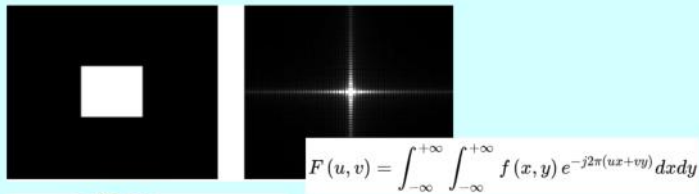
## 2 地球形状与重力场

### 傅里叶变换

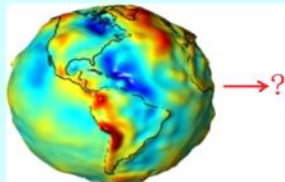
一维



二维



三维 (广义)



特殊性：极坐标表示；延拓性（由边界可推知整个外部空间）；用计算量换取存储量(360\*60\*180\*60=0.2G)。

↓  
解

## 2 地球形状与重力场

引力位/势函数

$$dm \text{ 和 } m' \text{ 之间引力大小 } f = \frac{G \cdot dm \cdot m'}{\rho^2}$$

$m'$  沿径向移动, 引力做功

$$dA = -f \cdot d\rho = -\frac{G \cdot dm \cdot m'}{\rho^2} d\rho$$

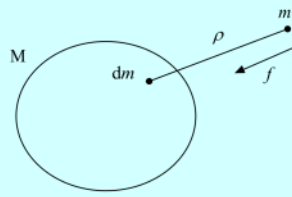
从无穷远移动至  $\rho$  处, 引力做功

$$A = \int_{\infty}^{\rho} -\frac{G \cdot dm \cdot m'}{\rho^2} d\rho = \frac{G \cdot dm \cdot m'}{\rho} \Big|_{\infty}^{\rho} = \frac{G \cdot dm \cdot m'}{\rho}$$

单位质点  $m'$  位能的减少, 称为  $dm$  的位函数  $dV = \frac{G \cdot dm}{\rho}$

位函数为标量 (具有可和性), 整个质量  $M$  在  $m'$  点的位函数

$$V = \int_M dV = G \int_M \frac{dm}{\rho}$$



16

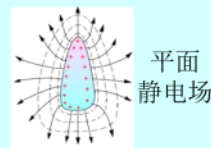
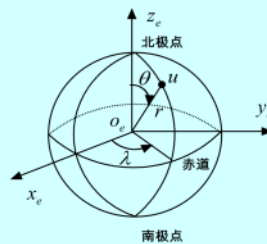
## 2 地球形状与重力场

位函数  $V = G \int_M \frac{dm}{\rho}$  (harmonic function) 在质量  $M$  外部是调和的, 即满足拉普拉斯方程 (由封闭曲面可推知整个空间)

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

类似于二维拉普拉斯算子的极坐标表示, 三维拉普拉斯算子的极坐标形式为

$$\begin{cases} x = r \cos \lambda \\ y = r \sin \lambda \end{cases} \quad \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right]$$



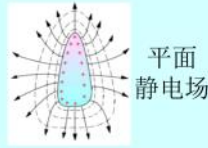
$$\Rightarrow \begin{cases} x = r \sin \theta \cos \lambda \\ y = r \sin \theta \sin \lambda \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \nabla = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right]$$

余纬

17

## 2 地球形状与重力场

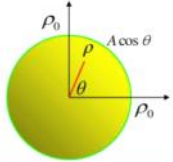
$$\begin{cases} x = r \cos \lambda \\ y = r \sin \lambda \end{cases} \quad \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right]$$



二维拉普拉斯方程的求解 ( $r \rightarrow \rho, \lambda \rightarrow \theta$ )

<https://wenku.baidu.com/view/b18a684124c52cc58bd63186bceb19e8b9f6ec71.html>

一个半径为  $\rho_0$  的薄圆盘，圆周边缘的温度分布为已知函数  $A \cos \theta$ ，求达到恒稳状态时圆盘上的温度分布。



$$u(\rho, \theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad f(\theta) = A \cos \theta$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A \cos \theta d\theta = 0 \quad b_n = \frac{1}{\pi \rho_0^n} \int_0^{2\pi} A \cos \theta \sin n\theta d\theta = 0$$

$$a_n = \frac{1}{\pi \rho_0^n} \int_0^{2\pi} A \cos \theta \cos n\theta d\theta \quad \left( \begin{array}{l} \text{When } n=1, \quad a_1 = \frac{1}{\pi \rho_0} \int_0^{2\pi} A \cos^2 \theta d\theta = \frac{A}{\rho_0} \\ \text{When } n \neq 1, \quad a_n = 0 \text{ (三角函数正交性)} \end{array} \right)$$

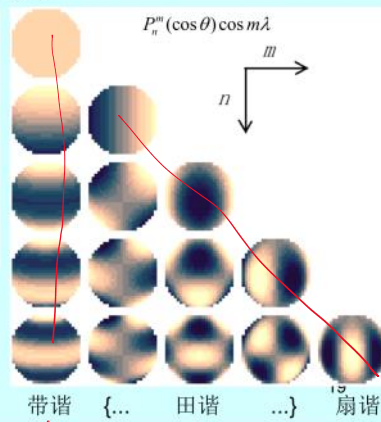
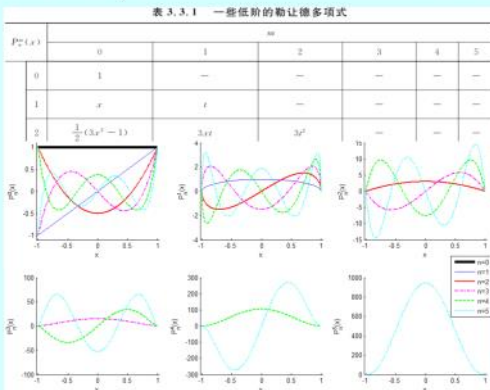
## 2 地球形状与重力场

类似于傅里叶级数，单位球面上的函数  $f(\theta, \lambda)$  总可以展开为级数

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta)$$

其中， $\{P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda, P_n^m(\cos \theta) \sin m\lambda\}_{m=0}^n$  称为面球谐函数：

勒让德多项式  
或  $\{P_n^m(\cos \theta) \cos(m\lambda + \varphi_m)\}_{m=0}^n$



随纬度变化

随经度变化

## 2 地球形状与重力场

体球谐函数为

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta)$$

$$u(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} \sum_{m=0}^n (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta) \quad (r \geq 1)$$

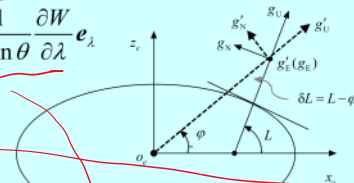
地球引力位函数  $\nabla V = 0$  的解恰好可以表示为

$$V = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n \sum_{k=0}^n (C_n^k \cos k\lambda + S_n^k \sin k\lambda) P_n^k(\cos \theta) \quad (r \geq R_e)$$

地球重力位函数  $W = V + Q = V + \frac{\omega_e^2}{2} r^2 \sin^2 \theta \rightarrow$  离心位能

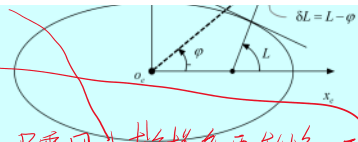
重力计算  $g' = \text{grad} W = \frac{\partial W}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} e_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial W}{\partial \lambda} e_\lambda$   
(球心系) (极坐标下)

转换至地理系  $\begin{cases} g_E = g'_E \\ g_N = g'_N \cos \delta L - g'_U \sin \delta L \\ g_{T1} = g'_{T1} \sin \delta L + g'_{T2} \cos \delta L \end{cases}$



转换至地理系

$$\begin{cases} g_E = g'_E \\ g_N = g'_N \cos \delta L - g'_U \sin \delta L \\ g_U = g'_U \sin \delta L + g'_N \cos \delta L \end{cases}$$



应用时,  $C_n$ , 依有数据库已知, 高度 $h$ 知道, 只需用 $\delta L$ 梯度的再转换一下, 即可知此位置的重力

## 2 地球形状与重力场

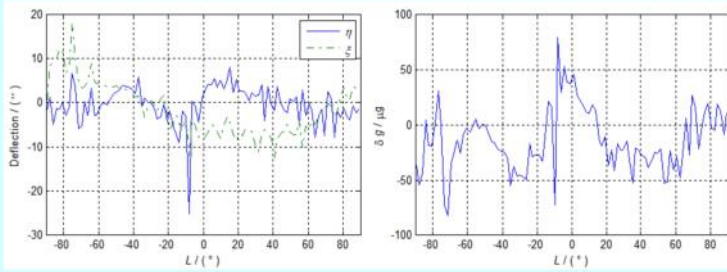
### 2190阶引力模型EIGEN-6C4举例

讨论: (1)在高精度惯导中垂线偏差严重影响水平失准角, (5m/h?); (2)重力大小影响加速度计比例系数的标定, 在零速修正应用中误差不可忽略, (100ug/g=10m/100km)。

EIGEN-6C4 地球引力模型参数 ( $\times 10^{-8}$ )

$C_n$ $S_n$	$m$				
	0	1	2	3	4
0	$1 \times 10^9$				
1	0	0			
2	-484165.217061	-0.33884607570	2439.34736621		
3	957.173592933	1.46306108906	-1400.30429947	721.259489074	
4	539.998754738	2030.45608898	904.777332744	1414.37833274	-188.514784102
	0	248.236210655	-619.004510413	990.864873903	308.818612069
	0	-536.166975127	350.486856274	-200.944581132	
	0	-473.569524220	662.500873652		

重力误差 (选前150阶, 经度 $109^\circ$ , 高度0m) 计算  $\xi = -g_N / |g_U|, \eta = -g_E / |g_U|$



21

谢谢!